

# Resonanz und Anomale Dispersion bei Wasserwellen

VON FRITZ BÜSCHING

## Zusammenfassung:

Bei der Auswertung seiner vor Sylt durchgeführten Naturmessungen *hochenergetischer* Brandungswellen war der Autor auf das bis dahin für Schwerewellen unbekannte Phänomen der *anormalen Dispersion* gestoßen. Unter Dispersion wird bei den meisten Wellenarten insbesondere die Abhängigkeit der Phasengeschwindigkeit (Wellenfortschrittsgeschwindigkeit)  $c$  [m/s] von der Frequenz  $f$  [Hz] bzw. von der Wellenlänge  $L$  [m] verstanden. Bei Schwerewellen ist diese *normal* und durch  $dc/df \leq 0$  bzw.  $dc/dL \geq 0$  gekennzeichnet, etwa vergleichbar den elektromagnetischen Wellen (EM-Wellen) im Bereich des *sichtbaren* Lichts mit der bekannten Abfolge der Spektralfarben. *Resonanzen* treten aber insbesondere auch bei EM-Wellen zusammen mit dem Phänomen der *anormalen Dispersion* mit  $dc/df > 0$  bzw.  $dc/dL < 0$  auf. Als Ergebnis der Suche nach analogen Bedingungen bei Wasserwellen hat der Autor insbesondere zwei unterschiedliche Modellvorstellungen für (partiell) stehende Wellen im Zusammenhang mit resonanten *Beckenschwingungen* als anwendbar erkannt:

*In der Natur* als Resonanz der *von See kommenden Wellen* (Erreger) mit *partiell stehenden Halbwellen* in einem abgrenzbaren *Beckenvolumen* (Resonator) und

*im verkleinerten Modell* als Resonanz des *Wellenerzeugers* (Erreger) mit *partiell stehenden Viertelwellen* im Wellenkanal (Resonator).

## Abstract:

## Resonance and Anomalous Dispersion of Water Waves

Analyzing field measurements of *high energetic surf waves*, the author has come across an *anomalous dispersion effect* (ADE) that was previously unknown in connection with gravity waves.

For most kinds of waves, dispersion means the dependence of phase velocity  $c$  [m/s] on frequency  $f$  [Hz] or on wave length  $L$  respectively. With gravity waves dispersion is *normal*, which means that  $dc/df \leq 0$  or  $dc/dL \geq 0$ , - similar to what is known about electromagnetic waves (EM-waves) in the limited frequency range of the visible light (as demonstrated by the known sequence of spectral colors).

With EM-waves, however, *Resonances* appear together with the phenomenon of an ADE, marked by  $dc/df > 0$  or  $dc/dL < 0$  respectively.

Seeking analogue conditions for water waves, the author had found two different model conceptions to be appropriate for (partial) standing waves in connection with basin oscillations.

In natural field conditions: *incident waves from the sea* (stimulator) resonating with *partial standing half-waves* in a definable water basin (resonator), and

in a scale model: the *wave maker* (stimulator) resonating with *partial standing quarter-waves* in the wave tank (resonator).

Der Terminus „Anomale Dispersion“ war für Wasserwellen unbekannt bis der Verfasser 1978 die Spektral-Auswertungen seiner im Jahre 1973 vor Westerland/Sylt auf Magnetband gespeicherten Sturmflutwellenmessungen näher untersuchte und diesbezügliche Ergebnisse veröffentlichte. [1], [2], [3].

Insbesondere handelte es sich dabei um die erstmalig mithilfe von induktiven Druck-Sensoren gemessenen Wasserspiegelauslenkungen an zwei 15m voneinander entfernten Messpositionen in einem küstennormalen Messprofil.

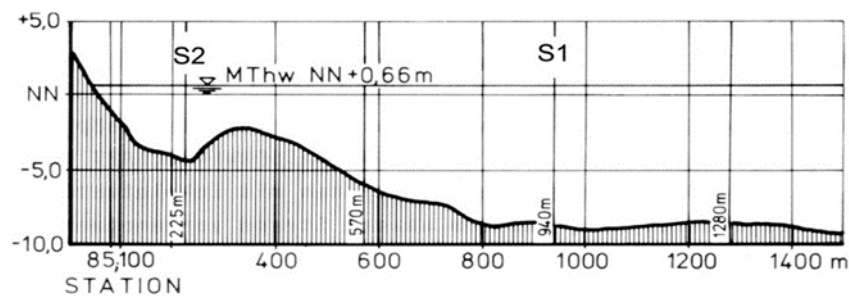


Abb.1: Messprofil Westerland/Sylt, 1973. Wellenmessstationen am Strand bei 100m und 85m.

Die Auswertmethoden derartiger Messungen, aus denen auf die Verformung brechender Sturmwellen geschlossen werden sollte, waren bis dahin nur als bedingt vertrauenswürdig einzuschätzen. Die betreffenden Brandungsmessungen zeichneten sich dagegen durch erstmals hierfür ausschließlich verwendete *automatische Auswert-Systeme* aus.

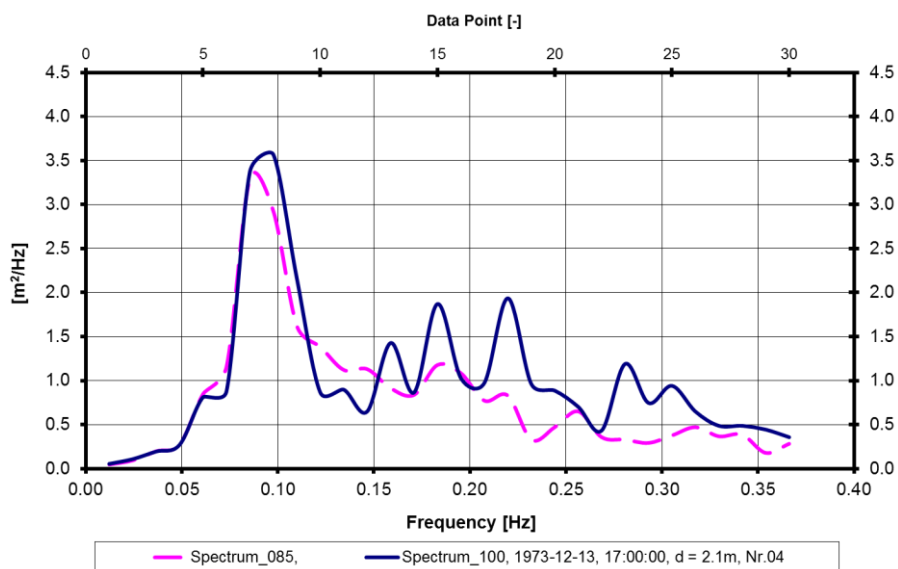


Abb.2: Energiedichte-Spektren von Sturmwellen der Messung Nr. 4 an den Stationen 100m und 85m im Messprofil der Abb.1. Langwelligster Peak etwa bei  $f_p = 0,09$  Hz.

Speziell wurde unter Verwendung eines von Hewlett-Packard entwickelten *Fourier-Analysators* auf der Grundlage der an beiden Messpositionen synchron ermittelten Energie- und Kreuz-Spektren die spektrale *Übertragungsfunktion* berechnet [4], [5], [6]. Diese komplexe Funktion beschreibt den Zusammenhang zwischen den beiden Messsignalen der Wasserspiegelauslenkung bei jeder Frequenz sowohl nach dem Betrag als auch nach der Phase. Somit konnte der Verfasser unter Verwendung des bekannten Sensorabstandes aus der Phaseninformation erstmals insbesondere *Spektren der Phasengeschwindigkeit* berechnen.

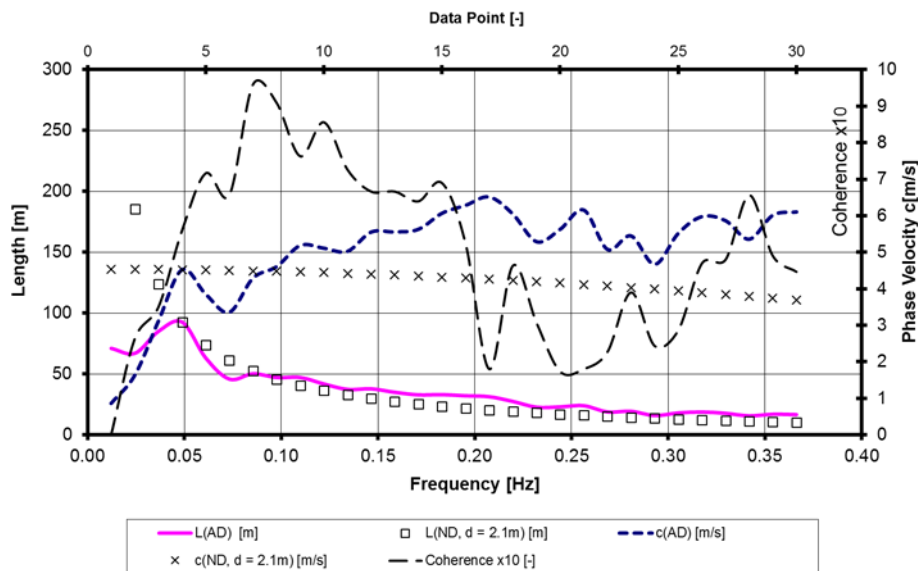


Abb.3: Spektren der quasi gemessenen Phasengeschwindigkeit  $c(AD)(f)$ <sup>1</sup>, der Längen der Wellenkomponenten  $L(AD)(f)$  und der Kohärenz  $\gamma_{xy}^{-2}(f)$  im Vergleich zu den für die Lokation berechneten theoretischen Funktionen  $c(ND)(f)$  und  $L(ND)(f)$

Als markantes Ergebnis der Analyse von 16 über den Untersuchungszeitraum von etwa 30 Stunden verteilten Messintervallen hatte er Spektren der Phasengeschwindigkeiten erhalten, die mit  $dc/df > 0$  ein gänzlich der klassischen Dispersionsrelation widersprechendes anomales Dispersionsverhalten zeigten, vergl. Abb.3

Nachdem er den Effekt anomaler Dispersion zunächst unter dem Gesichtspunkt der *Transformation brechender Wellen* untersucht hatte [3], stellte er die Suche nach den *eigentlichen* Ursachen der anomalen Dispersion zunehmend in den Mittelpunkt seiner diesbezüglichen Arbeit.

So erkannte er 1980 zunächst *eine mögliche* Ursache für anomale Wasserwellendispersion unter Verwendung seiner an der Doppler Terminologie orientierten Formel für *beschleunigte Trägermedien* [7], [8]. Obwohl beschleunigte Strömungen im küstennahen Bereich insbesondere bei Sturmsituationen dem Wellenfeld regelmäßig überlagert sein dürften, hatte er aber bereits frühzeitig auch ein der *Resonanzabsorption* analoges Verhalten vermutet, für das die anomale Dispersion eine charakteristische Begleiterscheinung darstellt [9].

<sup>1</sup> Der Klammerausdruck (AD) wurde aus früheren Texten beibehalten und bezeichnet auf Messungen zurückgehende Werte (Quasi-Messwerte = aus Messungen einer anderen Größe abgeleitete Werte), die im Wesentlichen *anomale Dispersion* (mit  $dc/df > 0$  bzw.  $dc/dL < 0$ ) charakterisieren. Dagegen weist der Klammerausdruck (ND) auf theoretische Funktionswerte gemäß Verwendung der klassischen Dispersionsfunktion mit  $dc/df \leq 0$  bzw.  $dc/dL \geq 0$  hin.

Bedeutungsverengend wird unter „Resonanzabsorption“ vor allem die Absorption einer Wellen- oder Teilchenstrahlung durch *mikrophysikalische* Systeme verstanden, in denen Resonanz stattfindet. Bei Wasserwellen meinte der Verfasser einen vergleichbaren Resonanzvorgang zwischen partiell am Ufer (bzw. Böschungsbauwerk) stehenden, brechenden Wellen und der Waschbewegung auf steilen Uferböschungen erkannt zu haben [10], [11]. Dabei hatte er die Wellen von See als *Erreger* und die Waschbewegung als *Resonator* eingestuft, wohlwissend dass beide auch als Komponenten einer Koppelschwingung angesehen werden können, zwischen denen Energieaustausch stattfindet. Mit der Absicht, einen solchen auch als „Brandungsresonanz“<sup>2</sup> bezeichneten Mechanismus im Sinne geringerer Brandungsenergie (geringerer Höhen brechender Wellen) zu beeinflussen, hatte er 1989 [12], [13] ein Europa-Patent für *durchströmbare* Böschungsstrukturen (Hohldeckwerke) angemeldet. Dabei bestand die Zielvorstellung insbesondere darin, den Wechselwirkungsprozess zwischen den am Bauwerk partiell stehenden Wellen und der Wellenauflauf-Rücklaufbewegung auf dem Böschungsbauwerk im Verhältnis ihrer Phasen zueinander zu verändern.

Da in der Zwischenzeit von anderer Seite Untersuchungen bei ähnlich intensiven Brandungsbedingungen wie 1973 vor Sylt nicht durchgeführt worden waren, hatten Büsching & Speranski es für nützlich befunden, *Fehlerbetrachtungen* anzustellen, in die auch die bis dahin von anderen Forschern (jedoch bei weniger intensiven Brandungsverhältnissen) durchgeführten Naturuntersuchungen einbezogen waren [14], [15].

Als Ergebnis war die Vertrauenswürdigkeit des nunmehr mit der Abkürzung ADE bezeichneten Effektes der anomalen Dispersion bezüglich zweier etwa durch die Peakfrequenz  $f_p$  voneinander getrennter Frequenzbereiche bestätigt worden. Insbesondere wurde der ADE für Frequenzen  $f > f_p$  bezüglich steiler und brechender Wellen als Effekt zweiter Ordnung erkannt, während für Frequenzen  $f < f_p$  der ADE auf das Vorhandensein *partiell stehender Wellen* hindeutet.

Im Zusammenhang mit der Erprobung von Hohldeckwerken im Wellenkanal der Fachhochschule Bielefeld mit *unregelmäßigen Wellen* waren jedoch auch andersartige *resonante Zustände* als oben beschrieben betrachtet worden, die das Gesamtsystem bestehend aus Wellenerzeuger und Kanalwassermasse betrafen und konkret dazu führten, nunmehr auch *Beckenschwingungen* als verantwortlich für Resonanzen im Küstenbereich zu erwägen. Auslösend hierfür war die Tatsache, dass sich das Phänomen der anomalen Dispersion im Wellenkanal im Zusammenhang mit *partiell stehende Wellen* gezeigt hatte [16].

Als *langwellige* Schwingungen sind derartige Anregungen als Seiches wohl bekannt, wie auch die Tatsache, dass es bei der Unterhaltung von Hafenresonanzen *durchaus nicht der exakten* Randbedingungen eines einseitig offenen oder geschlossenen *Beckens* mit regelmäßigen vertikalen Berandungen bedarf. So können beispielsweise nach Bascom [17] Seiches auch als Schwingungen der

---

<sup>2</sup> Der Verfasser hat im Rahmen der Definition eines *komplexen Reflexionskoeffizienten* [23] [24] neben dem theoretischen Grenzfall der *positiven Totalreflexion* an einer *vertikalen* Wand als einen weiteren den der (theoretischen) *negativen Totalreflexion* an einer *geneigten* Wand als prinzipiell gleichwertig erkannt. Dementsprechend spielen sich die in der Natur tatsächlich vorkommenden Fälle *unvollkommener* Reflexion zwischen den o.a. theoretischen Grenzfällen ab, gekennzeichnet durch die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  zwischen einfallender und reflektierter Welle einerseits und dem Wellenhöhenverhältnis  $H_r/H_i$  andererseits.

Als *Brandungsresonanz* könnte in diesem Sinne am ehesten *negative Reflexion* (mit Phasendifferenzen  $90^\circ \leq \Delta\varphi \leq 270^\circ$ ) zugeordnet sein, die ggf. durch Reflexionsbrecher (surging waves) charakterisiert ist. Darüber hinaus wird das Brandungsgeschehen an Uferböschungen ergänzt durch *Dissipationsprozesse* und *Transmission*, die sich in einem Wellenauflaufimpuls manifestiert. So könnte zudem der aus Letzterem folgende pulsierende Rücklauf mit partiell stehenden Wellen in Resonanz geraten und somit für eine vergrößerte Brecherhöhe verantwortlich sein.

Wassermassen über dem Kontinentalschelf längerfristig aufrechterhalten bleiben, ohne dass etwa Beckenberandungen erkennbar wären.

Über Resonanzphänomene im Frequenzbereich *normaler Schwerewellen* war bis dahin aber nur wenig berichtet worden [18]. Für den Verfasser hatte sich jedoch geradezu angeboten, die Rinnenformation zwischen dem strandvorgelagerten Sand-Riff und dem Strand vor Westerland/Sylt, vergl. Abb.1, insgesamt als Beckenformation zu betrachten, dabei aber auch kleinere, ggf. auch uferparallele beckenartige Strukturierungen von Riff und Strand nicht außeracht zu lassen [19] [20].

Im Bestreben, die Versuchsanordnung möglichst hochenergetischen Wellenwirkungen auszusetzen, war bei den betreffenden Untersuchungen im Wellenkanal teilweise auch auf Maßnahmen zur Kompensation der Re-Reflexion von der Wellenklappe verzichtet worden. Um die auf diese Weise erzeugten resonanten Beckenschwingungen nach ihren Frequenzen zu analysieren, waren abweichend von bekannten Methoden für die Erfassung des frequenzabhängigen Reflexionsphänomens hier an einer Vielzahl von Messpositionen für die Synchronmessungen der Wasserspiegelauslenkungen im Wellenfeld seewärts der Böschungsbauwerke Pegel installiert. Deren zeitabhängige analoge Signale wurden zunächst der Fouriertransformation unterzogen, um u.a. für Aussagen bezüglich des Energiegehaltes definierter Frequenzbänder und zur Berechnung frequenzabhängiger Reflexionskoeffizienten verwendet zu werden [21]. Die hierzu gemessenen bzw. berechneten Energiedichte-Spektren repräsentieren dabei an jeder Pegelposition die Quadratwerte der überlagerten vertikalen Wasserspiegelauslenkungen der von der Wellenklappe kommenden, der von der Böschung reflektierten und der von der Wellenklappe wiederum re-reflektierten Wellen (composite energy spectra), vergl. Abb.4..

Von besonderer Bedeutung ist dabei die Tatsache, dass das Integral des Spektrums der durch das Spektrum repräsentierten Energie proportional ist.

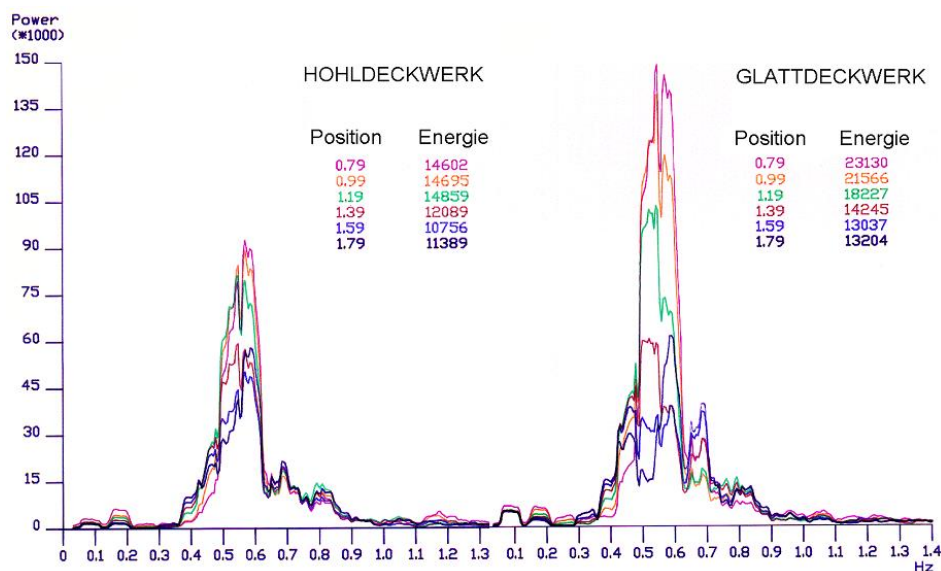


Abb.4: Beispiele synchron an jeweils 6 Stationen über einer durchströmbaren bzw.einer glatten Böschung gemessener Energiedichte-Spektren der vertikalen Wasserspiegelauslenkungen.

Neben der Ermittlung der Energiegehalte definierter Frequenzbänder war es mit dieser Anordnung möglich, speziell die Entwicklung der Energiedichte jeder einzelnen Frequenzkomponente über die gesamte Länge des Wellenkanals darzustellen und insbesondere die Länge der zugehörigen partiell stehenden Wellenkomponente auszumessen.

Dabei hatte sich gezeigt, dass die in den Wellenkanal eingesteuerte Wellengruppe etwa mit einer Vielzahl von Eigenschwingungen des Wellenkanalinhaltes in Resonanz war. Dieser Sachverhalt war aus der Tatsache geschlossen worden, dass es Teilfrequenzbereiche gab, in denen benachbarte Frequenzkomponenten annähernd gleiche Längen annehmen, wodurch bezüglich der Phasengeschwindigkeit  $c = L \cdot f$  für solche Teilfrequenzbereiche *anomale Dispersion* angezeigt ist, vergl. Abb.5.

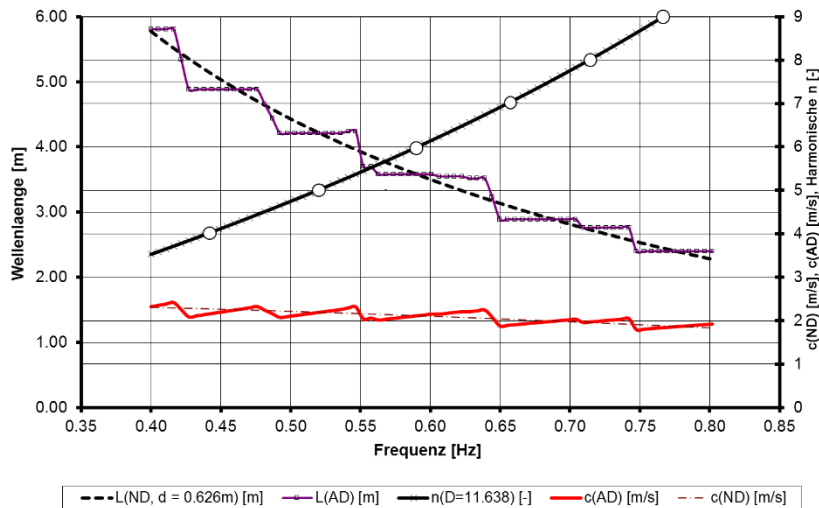


Abb.5: Komponenten-Längen L, Phasengeschwindigkeiten c und Ordnungszahlen n der Beckenschwingungen in Abhängigkeit von der Frequenz.

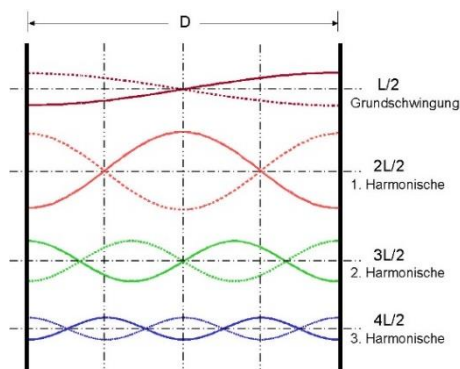


Abb.6: Die ersten 4 theoretischen Eigenformen des Inhaltes eines Beckens mit vertikalen Wänden im Abstand D

Tatsächlich hatte dem Verfasser in [19] zum Nachweis resonanter Zustände von unterschiedlichsten Wasserkörpern - wie einerseits des Inhaltes eines Wellenkanals oder andererseits des durch das Messprofil der Abb.1 begrenzten Wasserkörpers - als Resonator ein prismatisches Wasservolumen (in einem Becken mit vertikalen Wänden, vergl. Abb.6) zunächst als grobe Näherung ausgereicht.

Hierfür können bekanntlich nach Merian (1828) die Eigenfrequenzen entsprechend den Eigenformen der Abb.6 für perfekt stehende Wellen unter Verwendung der Formel (1) bestimmt werden.

$$f[\text{Hz}] = (n+1) \cdot \frac{c}{2 \cdot D} \quad (1)$$

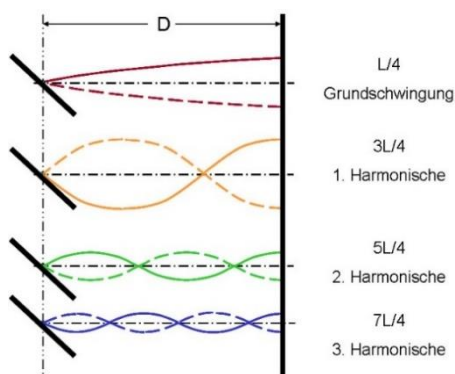
In dieser - auf *perfekt stehenden Halbwellen* basierenden - Formel sind

D = der maßgebliche horizontale Wandabstand,  
c = die Wellenfortschrittschwindigkeit und  
n = die Ordnungszahl der Eigenschwingung.

Mit n = 0 ist die Eigenform der Grundfrequenz (fundamental) gekennzeichnet und n = 1, 2, 3...werden als erste, zweite, dritte... Oberschwingung (first, second, third harmonic) bezeichnet. Im Gegensatz zu Merian, der in seiner Formel die nur von der Wassertiefe d abhängige dispersionslose Schwallgeschwindigkeit (nach Lagrange)  $c = \sqrt{gd}$  verwendet hatte, sind jedoch bei der spektralen Analyse der nach der Ordnungszahl n(f) aufgelösten Formel hier die von der Frequenz abhängigen quasi gemessenen Phasengeschwindigkeitswerte c(AD)(f) einzusetzen.

Aufgrund der aus Modelluntersuchungen im Maßstab 1:5 gewonnenen Erkenntnis, dass es auch bei Wasserwellen neben der positiven Totalreflexion den Fall der negativen Totalreflexion als zweiten theoretischen Grenzfall gibt [22], waren die Umstände für deren näherungsweise Auftreten in der Natur mithilfe der Definition des komplexen Reflexionskoeffizienten  $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$  [23], [24] beschreibbar geworden. Bedeutsam ist insbesondere die Tatsache, dass nunmehr zwischen positiver und negativer partieller Reflexion unterschieden werden kann.

Konkret hatten die Wellenkanaluntersuchungen des Verfassers gezeigt, dass an relativ steilen Böschungen in unmittelbarer Nähe derselben eher ein *unvollkommener Schwingungsknoten* (entsprechend einem Energieminimum) als ein unvollkommener Schwingungsbauch (entsprechend einem Energiemaximum) auftritt und damit ein *vornehmlich* von der Böschungsneigung und der Frequenz abhängiger *Phasensprung* verbunden ist.



Dementsprechend können für die Beckenkonfiguration eines Wellenkanals, mit der Annahme einer vertikalen Wand (mit positiver Reflexion am Ort der Wellenklappe) und einer geneigten Wand (mit negativer Reflexion an der steilen Böschung) an der gegenüberliegenden Seite, die Eigenfrequenzen besser basierend auf perfekt stehenden ungeradzahligem Viertelwellen, vergl. Eigenformen der Abb.7, gemäß der nachfolgenden Formel (2) genähert werden (als nach Formel (1)):

Abb.7: Die ersten 4 theoretischen Eigenformen des Inhaltes eines Beckens mit einer vertikalen und einer geneigten Wand im Abstand D.

$$f[H_z] = (2n + 1) \cdot \frac{c}{4 \cdot D} \quad (2)$$

Die o.a. Formel für die Eigenfrequenzen nach der Ordnungszahl n(f)[-] aufgelöst, ergibt Formel (3):

$$n(f)[-] = \frac{2 \cdot D \cdot f}{c} - 0,5 \quad (3)$$

Diesbezüglich zeigt Abb. 5 beispielhaft die verbesserten Ergebnisse für Beckenschwingungen des verwendeten Wellenkanals, [22].

Für den betreffenden Fall sei vor allem auf das Auftreten resonanter Oberschwingungen mit Ordnungszahlen  $4 \leq n \leq 9$  hingewiesen, die unter Verwendung der Formel (3) mit dem Wandabstand  $D = 11,638\text{m}$  (Entfernung zwischen dem Lagerpunkt der Wellenklappe und dem Durchstoßpunkt der Böschungsoberfläche durch den Ruhewasserspiegel (Punkt IP)) erhalten wurden.

Die ausgemessenen Komponentenlängen  $L(\text{AD})(f)$  streben in der Nähe der betreffenden Resonanzstellen einem konstanten Wert zu, was für die Phasengeschwindigkeiten  $c(\text{AD})(f) = L \cdot f$  offenbar das für anomale Dispersion kennzeichnende Verhalten  $dc/df > 0$  bedeutet. Dies hat die Folge, dass mit zunehmender Entfernung von der Resonanzstelle  $L(\text{AD})(f)$  und  $c(\text{AD})(f)$  von den theoretischen Werten  $L(\text{ND})(f)$  bzw.  $c(\text{ND})(f)$  mit abnehmender Frequenz nach unten und mit zunehmender Frequenz nach oben zunehmend abweichen. Hier ist zu bemerken, dass die Übereinstimmung der berechneten Resonanzfrequenzen mit den Schnittpunkten von  $L(\text{ND})(f)$  und  $L(\text{AD})(f)$  einerseits und  $c(\text{ND})(f)$  und  $c(\text{AD})(f)$  andererseits *nur* für die energiereichsten Partialwellen mit den Längen 3,58m (für  $n = 5$ ;  $f \approx 0,52\text{Hz}$ ) und 4,21m (für  $n = 6$ ;  $f \approx 0,59\text{Hz}$ ) *recht genau* übereinstimmen. Wie dies auch bei der *Resonanzabsorption* elektromagnetischer Wellen in Dielektrika der Fall ist [9]. Die zunehmende Abweichung für niedrigere und höhere Resonanzfrequenzen dürfte u.a. in der geringeren Vertrauenswürdigkeit der Spektralanalyse in den betreffenden Frequenzbereichen begründet sein.

Tatsächlich konnten vergleichbare Bedingungen von *Resonanzen* und *anomaler Dispersion* auch bei den Naturuntersuchungen vor Sylt nachgewiesen werden. So stellte sich *in der Nähe von Resonanzstellen* auch hier die Abweichung der gemessenen anomalen Phasengeschwindigkeiten von der theoretischen mit zunehmender Entfernung von der Resonanzstelle *für niedrigere Frequenzen nach unten* und *für höhere nach oben* abweichend dar, während auch die *Komponentenlängen* in der Nähe von Resonanzstellen im Mittel eher einem konstanten Wert zustreben, vergl. Abb.2 und Abb.3.

Bemerkenswert ist jedoch die Tatsache, dass für die Beschreibung der Resonanzzustände im Wellenkanal und in der Natur offenbar *unterschiedliche* Modellvorstellungen zutreffen.

So ist die Übereinstimmung zwischen Ordnungszahl und Resonanzfrequenz im verkleinerten Modell unter Verwendung der die Randbedingungen des Wellenkanals berücksichtigenden Formel (2) deutlich, vergl. Abb.5, wohingegen wiederum dies für die Naturuntersuchungen nur unter Verwendung der Formel (1) zutrifft, vergl. Abb.8, mit den gemittelten Wellenlängen  $L(n = 0) = 92,62\text{m}$  (für  $f \approx 0,045\text{Hz}$ ),  $L(n = 1) = 47,60\text{m}$  (für  $f \approx 0,09\text{Hz}$ ), und  $L(n = 2) = 32,73\text{m}$  (für  $f \approx 0,18\text{Hz}$ ). Für Frequenzen  $f > 0,18\text{Hz}$  entsprechen die aus Abb.8 zu entnehmenden Wellenlängen für  $L(n = 3) \approx 23\text{m}$  und  $L(n = 4) \approx 18\text{m}$  zwar noch immer dem Bildungsgesetz  $L(n) \approx 92,62/(n+1)$ , - ihre Vertrauenswürdigkeit ist aber wegen der stark schwankenden Funktion  $c(\text{AD})(f)$  und der zugehörigen niedrigen Kohärenzwerte zweifelhaft.

Hinsichtlich der Verwendung der Formel (1) dürfte zu berücksichtigen sein, dass die Extrapolation der Untersuchungsergebnisse des Verfassers bezüglich der Reflexionswirkungen auf *flach geneigte Böschungen (Stränden)* verbunden mit natürlichen Wellenlängen (mit etwa  $L > 12\text{m}$ ) [22], [25] eher auf die Ausbildung eines unvollkommenen *Schwingungsbauches* (Energimaximums), also positive Reflexion<sup>3</sup> hindeuten.

---

<sup>3</sup> Entsprechend der Definition des komplexen Reflexionskoeffizienten (CRC)  $\Gamma = C_r e^{i\Delta\varphi}$  [23] [24] (mit dem Betrag  $C_r = H_r/H_i$  und der Phasendifferenz  $\Delta\varphi$ ) ist hierbei als positiv der Reflexionszustand gekennzeichnet, bei dem der Abstand eines unvollkommenen Schwingungsbauches von einer ebenen Böschung (Reflexionspunkt IP) geringer ist als der bauwerksnahe unvollkommene Schwingungsknoten, also für Phasendifferenzen  $-90^\circ < \Delta\varphi < +90^\circ$ .



So war also im Gegensatz zu den Randbedingungen des o.a. Wellenkanals für die morphologischen Randbedingungen des Messprofils Westerland/Sylt 1973, vergl. Abb.1, die Sturmwellenresonanz [19] als Anpassung der Längen benachbarter Fourier-Komponenten der betreffenden Resonanzstellen an (imaginäre) Beckenbegrenzungen wohl berechtigterweise unter Verwendung der aus der Formel (1) berechenbaren Ordnungszahlen  $n(f)$  der Eigenschwingungen erklärt worden, obwohl die Entfernung Raddüne – Riff nur mit Mühe mit vorgefundenen Wellenlängen in Beziehung gesetzt werden kann.

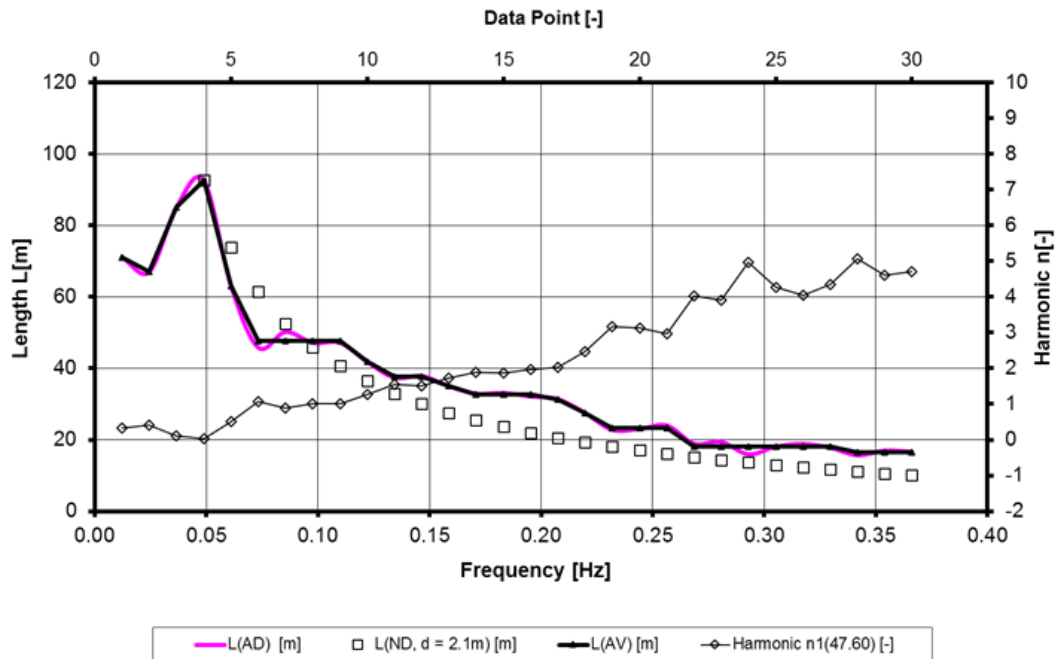


Abb.8: Vergrößert dargestelltes Spektrum der Längen  $L(f)$  sowie Ordnungszahlen  $n(f)$  der Beckenschwingungen.

Abgeleitet aus der in Abb.3 für den Peak-Bereich um  $f_p \approx 0,09\text{Hz}$  deutlichen Abweichung  $dc(AD)/df > 0$  von  $dc(ND)/df < 0$  ergibt in Abb. 8 das Spektrum der Komponentenlängen dafür im Mittel etwa  $L(f) = 47,6\text{m}$ . Eine partiell stehende Welle dieser Länge entspräche damit der *ersten* Harmonischen.

Zur weiteren Verdeutlichung sind in Abb. 9 die Linienspektren der Energiedichte  $ED(L)$  bezüglich der Messstationen 100m und 85m aufgetragen. Solche auf die Wellenlänge bezogenen Werte stellen die aufsummierten Energiedichten annähernd gleichlanger Fourier-Komponenten dar. Für die Messstation 100m beträgt somit die maximale Energiedichte  $\max ED(L) \approx 10\text{m}^2/\text{Hz}$  und ihr ist etwa eine Wellenlänge  $L(AD) = 47,6\text{m}$  ( $\approx 50\text{m}$ ) zugeordnet. Im Gegensatz dazu ist im Frequenzspektrum etwa ein Wert von  $\max EP(f) \approx 3,6\text{m}^2/\text{Hz}$  (Abb.2) vorhanden, für den bei normaler Dispersion unter Berücksichtigung einer Wassertiefe von 2,1m auch etwa die gleiche zugehörige Wellenlänge von  $LP(ND) \approx 50\text{m}$  (Resonanz-Wellenlänge) berechnet würde. Weiterhin enthält die Abbildung zusätzlich die auf die Wellenlänge transformierten Geschwindigkeitsspektren der Abb. 3, von denen im Spektrum  $c(AD)(L)$  die Resonanz markant durch einen Sprung (mit  $dc/dL \rightarrow \pm \infty$ ) in Erscheinung tritt.

Die *Ausdehnung angenäherter anomaler Dispersion* über einen *breiteren* Frequenzbereich, wie dies zu Zeiten des höchsten Sturmtidehochwassers in der Aufeinanderfolge der Messungen 9, 10 und 11 am 14.12.1973 dokumentiert ist [19], kann auf das gleichzeitige Vorhandensein zumindest zweier *dominanter* Wellensysteme mit *unterschiedlichen* Harmonischen zurückgeführt werden.

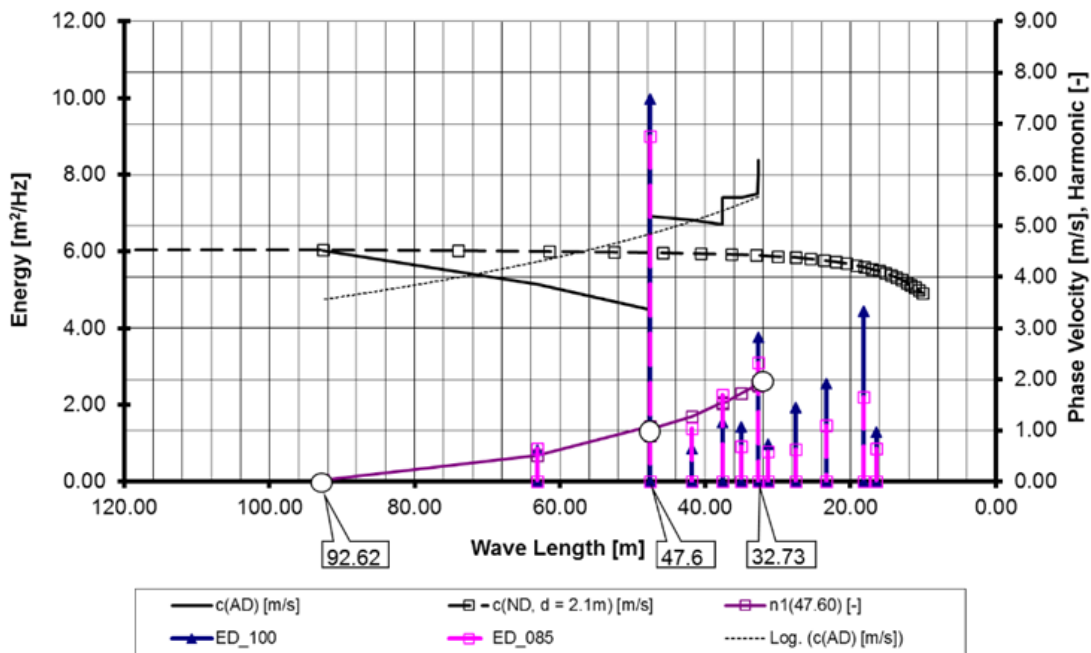


Abb.9: Phasengeschwindigkeiten  $c(ND)(L)$  und  $c(AD)(L)$ , Ordnungszahlen  $n(L)$  der Beckenschwingungen sowie Linienspektren der Energiedichte  $ED(L)$ .

So war bei den Messungen 9 (ab 0:48) und 11 (ab 3:46) mit etwa bimodalen Energiedichte-Spektren aus der Gestalt der Funktion  $c(AD)(f)$  im Bereich hoher Energiedichten das Vorhandensein von separaten Resonanzstellen für Harmonische 0 bis 3 für zwei Wellensysteme abgeleitet worden.

Hier wird dagegen mit den Abbildungen 10 bis 12 exemplarisch nur die bei *höchstem* Wasserstand  $d \approx 2,7\text{m}$  aufgezeichnete Messung 10 (ab 2:18 mit den maximal gemessenen Energiedichten) basierend auf einem breiten unimodalen Energiespektrum dargestellt.

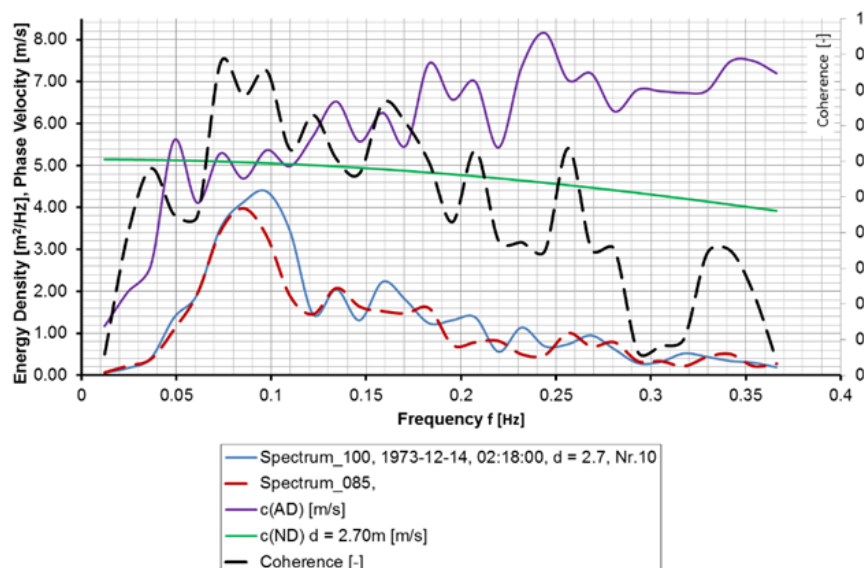


Abb. 10: Energiedichte-Spektren der Messung 10 zusammen mit der quasi gemessenen oszillierenden Phasengeschwindigkeit  $c(AD)$  bei hohen Kohärenz-Werten. Zum Vergleich ist die Phasengeschwindigkeit  $c(ND)$  entsprechend der klassischen Dispersionsrelation dargestellt.

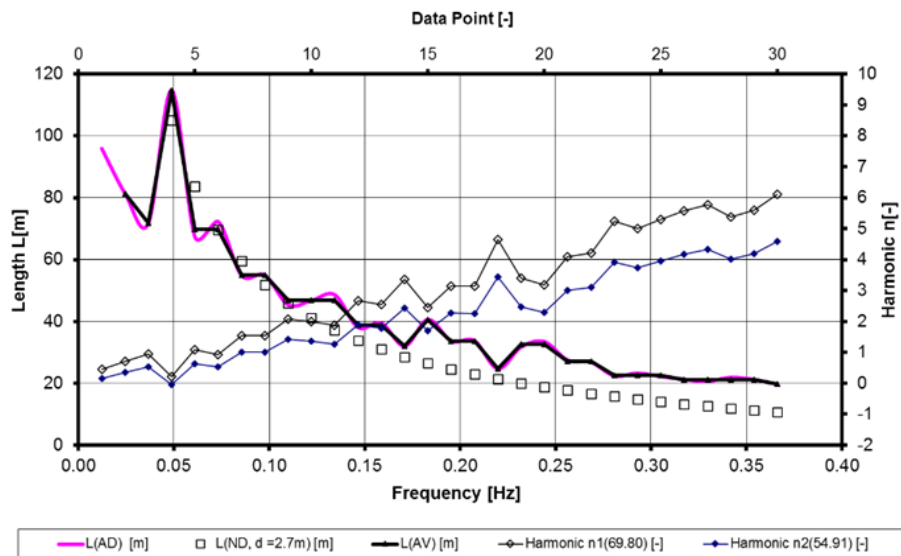


Abb. 11: Spektren der Wellenlängenkomponenten  $L(f)$  zusammen mit Ordnungszahlen  $n(f)$  der Beckenschwingungen.

$L(AV)(f)$  sind dabei die geglätteten Werte von den auf Messungen basieren Werten  $L(AD)(f)$ , während  $L(ND)(f)$  demgegenüber die theoretischen Werte für die Wassertiefe von 2,7m darstellen. Die Ordnungszahlen der Beckenschwingungen unterscheiden sich für die 2 Wellensysteme durch die genannten Bezugswellenlängen.

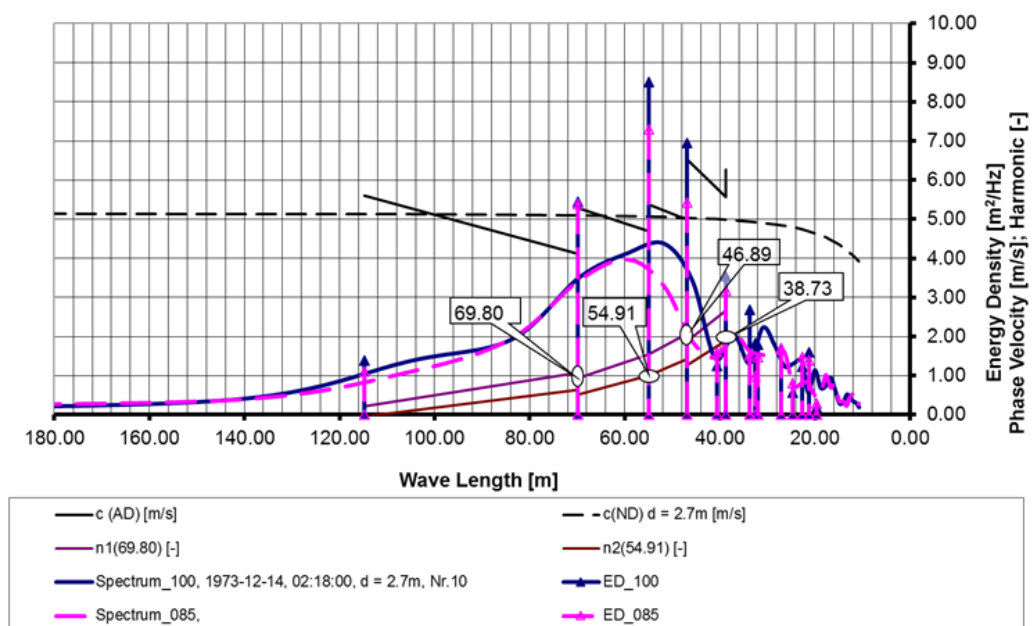


Abb.12: Unter Verwendung der klassischen Dispersionsrelation auf die Längenachse transformierte Energiedichte-Spektren der Messung 10 sowie Linienspektren der Energiedichte  $ED(L)$ , berechnet auf der Grundlage des anomalen Längenspektrums  $L(AD)(f)$ . Weiterhin sind die Phasengeschwindigkeiten und Ordnungszahlen der Beckenschwingungen als Funktion der Wellenlänge dargestellt.

Während Abb. 10 neben den Energiedichte-Spektren die quasi gemessene oszillierende (*global anomale*) Phasengeschwindigkeit  $c(AD)(f)$  im Vergleich zur theoretischen Phasengeschwindigkeit  $c(ND)(f)$  (entsprechend der klassischer Dispersionsrelation) zeigt, sind in Abb.11 das aus der Funktion  $c(AD)(f)$  ableitbare Wellenlängenspektrum  $L(AD)(f)$  und Ordnungszahlen von Beckenschwingungen (gemäß Formel (1)) enthalten. Letztere basieren dabei auf den ersten Harmonischen (= gemittelte Bezugswellenlängen)  $L_{1A} \approx 69,8\text{m}$  bzw.  $L_{1B} \approx 54,91\text{m}$ . Die zugehörigen zweiten Harmonischen haben die Längen  $L_{2A} \approx 46,89\text{m}$  bzw.  $L_{2B} \approx 38,73\text{m}$ . Somit ist der breite Peak - wie bereits aus der oszillierenden Gestalt der Funktion der Phasengeschwindigkeit  $c(AD)(f)$  im Bereich des Peaks in Abb.10 ersichtlich – auf etwa 4 Resonanzstellen zurückzuführen. Unter Verwendung des Bildungsgesetzes  $L(n) = L(n=0)/(n+1)$  kann auf Grundfrequenzen  $L_{0A} \approx 139,60\text{m}$  bzw.  $L_{0B} \approx 114,72\text{m}$  geschlossen werden.

Abb.12 zeigt die Transformation der Daten aus den Abbildungen 10 und 11 auf die Längenchse. Diese erscheint für die Darstellung des Ergebnisses besonders geeignet zu sein, weil die Resonanzstellen nicht nur durch die Ordnungszahlen der Harmonischen sondern auch durch Sprünge in der Funktion der quasi gemessenen Phasengeschwindigkeiten  $c(AD)(L)$  zusammen mit den aufsummierten Energiedichten  $ED(L)$  deutlich werden.

Als besonders bemerkenswert sei somit herausgestellt, dass bei hochenergetischen Sturmsituationen nicht nur multimodale sondern auch (breite) monomodale Energiedichtespektren offenbar von mehreren benachbarten Resonanzstellen repräsentiert werden können, wobei zugehörige Abschnitte anomaler und normaler Dispersion im gesamten Frequenzbereich hoher Energiedichten einander abwechseln.

Hierdurch ist auch für den gesamten energiereichen Teil des Spektrums die im Mittel anomale Dispersion erklärbar, - ähnlich wie dies bezüglich des gesamten sich zwischen Radiowellen und Röntgenstrahlen erstreckenden Spektralbereiches elektromagnetischer Wellen der Fall ist, vergl. Abb. 2 in [19] bzw. Fig. 1 in [26].

Zur Formation *partiell stehender Wellen* beträchtlicher Intensität, die schließlich die Voraussetzung resonanter Zustände an der Westküste der Insel Sylt darstellen, sind weitere Ausführungen im Rahmen der Gesamtentwicklung der Sturmtidenfolge in [27] enthalten.

## Literatur:

- [1] F. Büsching, „Wave Deformation due to Decreasing Water Depth,“ *Mitt. des Leichtweiß-Instituts, H.63, TU Braunschweig*, pp. 167-217; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00045508>, 1978b.
- [2] F. Büsching, „Anomalous Dispersion of Surface Gravity Waves in the Near Shore Zone,“ *Proceedings 16th International Conference on Coastal Eng., Hamburg*, pp. 247-267, 1978a.
- [3] F. Büsching, „Anomale Dispersion zur Darstellung der küstennahen Wellenverformung,“ *Die Küste*, Bd. 34, pp. 159-183; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047034>, 1979.
- [4] F. Büsching, „Über Orbitalgeschwindigkeiten irregulärer Brandungswellen,“ *Mitteilungen des Leichtweiß-Instituts für Wasserbau der TU Braunschweig, H. 42*, pp. 0-256, 1974.
- [5] F. Büsching, „Über die Änderung von Wellenperioden im Brandungsbereich (Verteilung der Wellenenergie in Brandungsspektren),“ *Mitt. des Leichtweiß-Instituts, H.47, TU Braunschweig*, pp. 122-164; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00045452>, 1975.

- [6] F. Büsching, „On Energy Spectra of Irregular Surf Waves,“ *Proceedings, 15th Internat. Conference on Coastal Engineering, Honolulu, Hawaii, USA*, pp. 539-559, 1976.
- [7] F. Büsching, „Neue Aspekte bei der Beurteilung küstennaher Wellentransformation und Energieumwandlung,“ *8. Aufbauseminar MEERESTECHNIK, TU Berlin*, pp. D1-D22; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00049347>, 1980b.
- [8] F. Büsching, „Doppler Aspects of Near-Shore Wave Transformation,“ *EUROMECH 114, Wladyslawowo, Poland*, pp. 1-6, 1980a.
- [9] F. Büsching, „Resonance Absorption Phenomena of Surf Zone Wave Kinematics,“ 1). *Proceedings, 20th I.A.H.R.-Congress, Vol.VII, Moscow, USSR*. 2). *Proceedings, OCEAN ENGINEERING VII, Taipei, Republik China*, pp. 141-145, 12pages; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00053995>, 23-24 September 1983.
- [10] F. Büsching, „Durchströmbare Böschungsstrukturen,“ *Bauingenieur*, pp. 11 - 14; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046743>, Januar 66 (1991).
- [11] F. Büsching, „Wave and Downrush Interaction on Sloping Structures,“ *Proc. 10th International Harbour Congress, Antwerpen, Belgium*, pp. 5.17 - 5.25; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00046688>, 15-19 June 1992.
- [12] F. Büsching, „Uferschutzwerk, Deichaußenböschung, Stauwand oder dgl. sowie zugehörige Bauelemente (Europa-Patent),“ *Deutsche Patentamt Nr.39 30997.5-25*, 1989.
- [13] F. Büsching, „Uferschutzwerk, Längswerk, Querwerk, Wellenbrecher oder dgl. sowie zugehörige Bauelemente,“ *Deutsches Patentamt P40 11 504.6-25*, 1990.
- [14] F. Büsching und N. Speranski, „Dispersionseffekte bei Schwerewellen im Flachwasser,“ *Die Küste, H. 58*, pp. 161-177; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047795>, 1996.
- [15] N. Speranski und F. Büsching, „Dispersion Effects of Shallow Water Gravity Waves,“ *Bielefeld Univ. of Applied Sciences, Architektur & Bauingenieurwesen. Papers on Coastal Engineering*, pp. 1-18; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047043>, 1996.
- [16] F. Büsching, „Combined Dispersion and Reflection Effects at Sloping Structures,“ *Proc. Inaugural Int. Conf. On Port and Maritime R&D and Technolgy, Singapore*, pp. 411 - 418; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047023>, 29-31 October 2001.
- [17] W. Bascom, „Waves and Beaches,“ *Anchor Books; Doubleday & Company, Inc. Garden City, New York*, pp. 0-267, 1964.
- [18] J. Chappell und Wright, L. D., „Surf Zone Resonance and Coupled Morphology,“ *Proc. 16th Coastal Engineering Conference, Hamburg, Germany*, pp. 1359-1377, 1978.
- [19] F. Büsching, „Sturmwellenresonanz an der Westküste der Insel Sylt,“ *Die Küste, H. 67*, pp. 51-82; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047046>, 2003 .
- [20] F. Büsching, „Storm Wave Resonance Controlled by Hollow Block Structures,“ *Proc. 6th Int. Conf. on Coastal and Port Engineering in Developing Countries COPEDEC VI, Colombo, Sri Lanka*, pp. Paper No. 090, pp 1 - 20; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00056466>, 15 - 19 September 2003.
- [21] F. Büsching, „Hollow Revetment Elements,“ *Proc. 4th Int. Conf. on Coastal and Port Engineering in Developing Countries COPEDEC IV, Rio de Janeiro, Brazil*, pp. 961 - 976: <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00043817>, 25 - 29 September 1995.

- [22] F. Büsching, „Phasensprung bei der partiellen Reflexion irregulärer Wasserwellen an steilen Uferböschungen,“ *HANSA, H.5 sowie Binnenschifffahrt, H. 9 & 10*, pp. 87-98 bzw. 73-77 und 64-69; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047044>, 2010 .
- [23] F. Büsching, „Komplexe Reflexionskoeffizienten für Wasserwellen - Zur Klassifizierung von Brandungseffekten an Küstenschutzbauwerken -,“ *Die Küste, H. 78*, pp. 235-258; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047022>, 2011.
- [24] F. Büsching, „Complex Reflection Coefficients of Water Waves - On the Classification of Types of Breakers -,“ *Proc. Coastlab 12, 4th Int. Conf. of the Application of Physical Modelling to Port and Coastal Protection, Ghent, Belgium*, pp. 99-108, Extended Version 16 pages; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00045344> ; ppt: <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00045521>, 17-20 September 2012.
- [25] F. Büsching, „Phase Jump due to Partial Reflection of Irregular Water Waves at Steep Slopes,“ *Proc. 3rd Int. Conf. on the Application of Physical Modelling to Port and Coastal Protection, COASTLAB 2010, Barcelona, Spain*, pp. Paper no. 67, pp 1 - 10; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00047044>, 28th - 1st September & October 2010.
- [26] F. Büsching, „Wave Resonances Detected in a Wave Tank and in the Field.,“ *Fifth International Symposium WAVES 2005, Madrid, Spain*, pp. Paper number 134. p. 1-12 & 1-2.; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00043938>, 3 - 7 July 2005.
- [27] F. Büsching, „Sturmbrandungsphänomene an der Westküste der Insel Sylt,“ *Digitale Bibliothek Braunschweig, Publikationsserver der TU Braunschweig*, pp. 29 bzw. 32 Seiten; <http://www.digibib.tu-bs.de/?docid=00054097>, 2013, 2014.